

MYŚLENIE MATEMATYCZNE
A WERYFIKACJA BŁĘDNEJ INTUICJI
W KONTEKŚCIE BEZPIECZEŃSTWA.
STUDIUM PRZYPADKU

MATHEMATICAL THINKING AND REVIEW OF WRONG
INTUITION IN THE CONTEXT OF SECURITY. CASE STUDY

JULIUSZ PIWOWARSKI

Wyższa Szkoła Bezpieczeństwa Publicznego i Indywidualnego
„Apeiron” w Krakowie

TADEUSZ RATUSIŃSKI

Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie

ABSTRACT

The following article presents an example that show how erroneous beliefs and intuition of the entity activities can influence on making the wrong decisions. Applied study of a simple case shows that the tool sufficient to verify the correctness of reasoning process and taking ruther consequences of the decisions of the entity might be knowledge of the basic mathematical engine.

Key words: security culture, security studies, interdisciplinarity, Monty Hall paradox, making decisions, mathematical thinking

ABSTRAKT

W artykule zaprezentowany został przykład, który ukazuje w jaki sposób błędne przekonania i intuicja podmiotu działania mogą wpłynąć na pod-

jęcie niewłaściwej decyzji. Zastosowane studium prostego przypadku ukazuje, że narzędziem które wystarczająca do zweryfikowania poprawności procesu rozumowania i podejmowania w dalszej konsekwencji decyzji podmiotu działania może okazać się znajomość podstawowego aparatu matematycznego.

Słowa kluczowe: kultura bezpieczeństwa, nauki o bezpieczeństwie, interdyscyplinarność, paradoks Monty Halla, podejmowanie decyzji, myślenie matematyczne

Egzystencja człowieka wiąże się z nieustannym podejmowaniem decyzji, których konsekwencje mają bezpośredni wpływ na szeroko pojęte *bezpieczeństwo*. Poziom *bezpieczeństwa* dla danego *podmiotu bezpieczeństwa* jest proporcjonalny do dynamiki rozwoju tego podmiotu wraz z pułapem, jaki zdoła on osiągnąć w subobszarze *kultury bezpieczeństwa*.

Kultura bezpieczeństwa danego podmiotu, to ogół utrwalonego, materialnego i pozamaterialnego dorobku człowieka, który służy jego militarnej i pozamilitarnej, szeroko rozumianej obronności¹. Ten fenomen współtworzą trzy przenikające się wymiary: mentalno-duchowy, organizacyjno-prawny oraz materialny. Z racji dominującej roli *państwa narodowego* jako *podmiotu bezpieczeństwa*, istotną rolę i dla personalnego, i dla międzynarodowego wymiaru bezpieczeństwa ma kultura bezpieczeństwa narodowego.

Aby tę *kulturę* można było rozwijać, konieczna jest obecność odpowiedniego środowiska, a konkretnie *środowiska bezpieczeństwa*. Definiowane jest ono jako system uzależniony od dynamicznych interakcji wielu czynników, a w szczególności pojawiających się szans, wyzwań, zagrożeń i ryzyka². Nasze środowisko będzie bezpieczne, jeśli będziemy się otaczać ludźmi jak najlepiej zapoznanymi z tajnikami czynności, które na co dzień wykonują. Kultura bezpieczeństwa służy człowiekowi do spełniania różnorodnych celów i potrzeb, do których zaliczają się m.in.³:

¹ J. Piwowarski, *Trzy filary kultury bezpieczeństwa*, „Kultura Bezpieczeństwa. Nauka - Praktyka - Refleksje”, 2015, nr 19, s. 21–33.

² *Biała Księga Rzeczypospolitej Polskiej*, BBN, Warszawa 2013, s. 247; J. Piwowarski, *Fenomen bezpieczeństwa. Pomiędzy zagrożeniem a kulturą bezpieczeństwa*, Wyższa Szkoła bezpieczeństwa Publicznego i Indywidualnego „Apeiron” w Krakowie, Kraków 2014, s. 8.

³ J. Piwowarski, *Trzy filary kultury...*, *op. cit.*

- efektywna kontrola nad pojawiającymi się niebezpieczeństwami, która zmierza do osiągnięcia stanu o dostatecznie niskim poziomie zagrożeń,
- odzyskanie bezpieczeństwa, gdy zostało utracone,
- optymalizacja poziomu wielosektorowo pojmowanego bezpieczeństwa,
- pobudzanie w świadomości człowieka potrzeby samodoskonalenia i trychotomicznego rozwoju pod względem mentalnym, społecznym i materialnym.

Człowiek na przestrzeni wieków uczył się dostrzegania i wyróżniania różnego rodzaju zagrożeń. Uświadomił sobie potrzebę radzenia z tymi zagrożeniami oraz fakt istnienia możliwości, które pozwalają na ich unikanie oraz skuteczne im przeciwdziałanie⁴. Każde takie działanie⁵ jest efektem podjęcia pewnej decyzji na podstawie, w większości wypadków, naszych doświadczeń, wiedzy czy też intuicji. Istotna jest zatem zdolność logicznego i racjonalnego rozumowania, to zaś kojarzy się bezpośrednio z umiejętnością myślenia matematycznego, które można określić jako indywidualną predyspozycję do:

- rozpoznania i zrozumienia roli, jaką matematyka odgrywa we współczesnym świecie,
- formowania sądów opartych na matematycznym rozumowaniu,
- wykorzystywania umiejętności matematycznych tam, gdzie wymagają tego potrzeby życia codziennego⁶.

Te umiejętności powinny wpływać na wzrost kompetencji matematycznych indywidualnego podmiotu bezpieczeństwa, jak i modyfikować samo myślenie, a tym samym i działanie tego podmiotu. Obecny świat podlega bardzo szybkim i głębokim przemianom, co wpływa na system kształcenia i stanowi wyzwanie dla całej edukacji. Wiedza i towarzyszące jej umiejętności matematyczne pełnią w naszej codziennej egzystencji istotną rolę. Przygotowują do życia w otaczającej nas rzeczywistości społecznej i przyrodniczej, bowiem często spotykamy problemy realne, których rozwiązanie wymaga od nas szeroko pojętych kompetencji matematycznych.

⁴ J. Piwowarski, *Fenomen bezpieczeństwa...*, *op. cit.*, s. 13.

⁵ *Działanie* w ujęciu socjologicznym to rodzaj postępowania ludzkiego, z którym podmioty wiążą określone znaczenie; Według Maxa Webera, który upowszechnił tę definicję działania jest to „ludzkie zachowanie (zewnątrzny lub wewnętrzny czyn, zaniechanie lub znoszenie), jeśli i o ile [podmiot] działający, bądź wielu działających, wiąże z nim pewien subiektywny sens” – M. Weber, *Gospodarka i społeczeństwo*, s. 6.

⁶ Program OECD/PISA, <https://www.oecd.org/pisa/>

W dalszej części artykułu przedstawiony zostanie przykład, który ukazuje w jaki sposób nasze błędne przekonania i intuicja mogą wpłynąć na podjęcie decyzji, którą można określić jako niewłaściwą. Narzędziem wystarczającym do zweryfikowania poprawności naszego rozumowania powinien być podstawowy aparat matematyczny.

Przejdźmy do przykładu, w którym rozważymy taką sytuację:

Uzyskaliśmy informację, że w jednym z trzech budynków (oznaczymy je A, B i C) znajdują się zakładnicy (pozostałe dwa są puste). Nie dysponujemy innymi informacjami, a czasu na akcję ratunkową jest mało. Dysponujemy jednym oddziałem specjalnym, który może sprawdzić tylko jeden budynek. Każdy z tych budynków jest prawdopodobny jako miejsce przetrzymywania więźniów.

Dowódca grupy uderzeniowej wybierając więc pierwszy cel ma świadomość, że ten wybór może zaważyć na losach przetrzymywanych, gdyż na drugi atak może już nie być czasu. Przyjmijmy na chwilę, do dalszych rozważań, że zdecydował się uderzyć na budynek A (rys. 1).



Rys. 1. Paradoks Monty Halla

Na kilka minut przed planowanym atakiem na wybrany cel (A), dowódca niespodziewanie otrzymuje informację, iż jeden z pozostałych budynków (ustalmy, że jest to budynek B) na pewno jest pusty. Tu rodzi się pytanie: *Czy dowódca powinien zaatakować wcześniej wybrany budynek A czy może powinien zmienić swój cel i wybrać budynek C?*

W pierwszej chwili może się wydawać, że pytanie jest mało istotne i decyzja dowódcy jest bez znaczenia. Okazuje się, że tak jednak nie jest, mamy tu bowiem do czynienia z paradoksem, czyli *twierdzeniem zaskakująco sprzecznym z przyjętym powszechnie mniemaniem*⁷. Rozumowanie matematyczne jest w stanie uzasadnić, że nasze intuicje bywają błędne.

Przedstawiony problem swoje korzenie wywodzi z popularnego kiedyś i emitowanego w amerykańskiej telewizji teleturnieju „Let’s make a deal”⁸. Program ten był emitowany w latach 1963–1976, a prowadzącym go był Monty Hall. W teleturnieju tym nagrodą główną był samochód, który umieszczano za jedną z trzech bramek. Za pozostałymi dwiema bramkami znajdowały się kozy. Zadaniem podejmującego wyzwanie gracza było wskazanie bramki, za którą jego zdaniem znajduje się samochód. Gospodarz programu wiedząc, co kryje się za każdą z bramek, po wskazaniu bramki typowanej przez gracza, losowo odkrywał jedną z pozostałych bramek, przy czym zawsze w bramce tej była jedynie nagroda pocieszenia w postaci kozy. Wówczas Monty Hall pytał gracza, czy chce zmienić swoją pierwotną decyzję? Interesującą kwestią jest więc zastanowienie się, czy graczowi opłaca się dokonywanie tej zmiany? Prawdłowa, choć początkowo zaskakująca odpowiedź na to pytanie brzmi: „tak”. Gracz stosując strategię zmiany bramki dwukrotnie zwiększa szanse swej wygranej! Rozwiązanie to, często uznawane jest za błędne i sprzeczne z intuicją dla większości osób stykających się z tym problemem po raz pierwszy. Z powodu tej sprzeczności przedstawiony problem nazywany jest w matematyce *paradoksem Monty Halla*.

Warto tu nadmienić jako pewną ciekawostkę, iż paradoks Monty Halla zyskał bardzo dużą sławę w roku 1990 za sprawą pani Marilyn vos Savant, która w tamtym czasie prowadziła specjalną, bardzo poczytną kolumnę w amerykańskim dodatku niedzielnym, który dołączano do 640 różnych gazet i czasopism na terenie całych Stanów Zjednoczonych. Marilyn vos Savant zyskała sławę i popularność jako osoba z najwyż-

⁷ *Słownik Języka Polskiego*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004.

⁸ J.S. Rosenthal, *Monty Hall, Monty Fall, Monty Crawl*, Math Horizons, 2005.

szym znanym IQ – równym 228. Wiele osób zgłaszało się z pytaniami do kolumny „Ask Marilyn”, chcąc poznać opinię tak inteligentnej osoby na różne nurtujące pytania. Wprawdzie zarówno omawiany paradoks, sformułowanie zagadnienia, jak i jego poprawne rozwiązanie były znane już wcześniej, ale dopiero opublikowanie pytania w kolumnie „Ask Marilyn” wraz z poprawną odpowiedzią pani Marilyn vos Savant uczyniło paradoks przedmiotem publicznej i rozległej dyskusji przebiegającej na terenie całych Stanów Zjednoczonych Ameryki. Publikacja spowodowała bardzo wiele kontrowersji. Oszacowano, że w tej sprawie do redakcji przyszło około 10 000 listów, których autorzy przekonywali, że Marilyn jest w błędzie i że redakcja powinna zamieścić sprostowanie. Jako ciekawostkę, można podać, że wśród tych listów do redakcji było wiele listów od pracowników naukowych z różnych uniwersytetów. Emocje w tej sprawie osiągnęły tak wysoki pułap, że niektóre z listów posiadały nawet dosyć obraźliwy charakter⁹.

Kluczem do rozwiązania tego paradoksu jest niedoceniecie informacji o „pustej” bramce. Tak naprawdę w całej tej sytuacji bowiem dokonujemy jedynie dwóch decyzji. Można więc przyjąć, że zagadnienie ma dwie fazy:

- Decyzja 1 (na początku rozgrywki): wybór bramki (budynku – w odniesieniu do naszego przypadku).
- Decyzja 2 (po ujawnieniu „pustej” bramki – budynku): decyzja o zmianie celu lub pozostaniu przy pierwotnym wyborze.

Prześledźmy więc całą sytuację analizując ją przez pryzmat tych dwóch decyzji. Przypomnijmy, że mamy trzy budynki, z czego tylko w jednym są zakładnicy.

Faza 1 – wybór celu. Tu możemy wybrać „dobry” budynek z prawdopodobieństwem $1/3$ lub „pusty” budynek z prawdopodobieństwem $2/3$.

Faza 2 – decyzja o zmianie celu. Przyjmijmy, że nie decydujemy się na zmianę decyzji. Oznacza to, że szanse naszej „wygranej”¹⁰ są takie jak w fazie 1, czyli są równe prawdopodobieństwu wyboru „dobrego” budynku na początku i wynoszą $1/3$. Szansa „przegranej” zaś to prawdopodobieństwo wyboru „pustego” budynku na początku eksperymentu i wynosi $2/3$.

⁹ M. Samant, Game Show problem, <http://marilynvossavant.com/game-show-problem/>

¹⁰ Przez „wygraną” (sukces) rozumiemy wskazanie budynku, w którym znajdują się zakładnicy, przez „przegraną” (porażka) – wskazanie pustego budynku.



Rys. 2. Matematyczne rozumowanie obalające błędne intuicje

Co jednak, jeśli w fazie 2 podejmiemy decyzje o zmianie celu? Wówczas **jeżeli na początku wybraliśmy błędny budynek (co jest bardziej prawdopodobne bo dwa z trzech budynków są puste) przy zmianie decyzji na pewno osiągniemy sukces**, jednak jeżeli nasz wybór był trafny – zmiana celu doprowadzi nas do porażki (rysunek 2). Zatem zmieniając cel wygrywamy z prawdopodobieństwem $2/3$, a przegrywamy z prawdopodobieństwem $1/3$.

Dowódca po wysłuchaniu komunikatu wywiadu o pustym budynku, ma więc szanse na sukces: $1/3$ gdy nie zmieni celu i $2/3$ gdy zadecyduje o zmianie celu. Zatem jeśli zmieni swą decyzję o celu ataku zwiększy swoje szanse na zwycięstwo (i to dwukrotnie).

Reasumując, jak pokazuje to powyższy przykład czasem działania podmiotu bezpieczeństwa oparte o intuicję są dalekie od optymalnych, a wręcz

można je uznać za błędne. Pomimo, iż na pierwszy rzut oka rozumowanie matematyczne wydaje się czymś całkowicie specyficznym, gdyż wydaje się, że nie można go zaklasyfikować ani do grupy nauk doświadczalnych, ani też do twórczości artystycznej, to praktyczne zastosowanie dla niego można odnaleźć w każdej dziedzinie codziennego życia człowieka. Sama zaś matematyka jako dyscyplina może być postrzegana jako obszar dosyć szczególny, gdyż w jej zakresie, w większym stopniu niż w jakiegokolwiek innej dyscyplinie naukowej, chodzi o uzyskanie odpowiedzi na pytanie, co jest prawdą, a co fałszem. Prowadzenie rozumowań staje się więc narzędziem rozstrzygającym o prawdziwości pewnych sformułowań, a tym samym ujawnia się implementacyjny aspekt matematyki użytecznej w praktyce. W ukazanym przypadku istotnym było rozstrzygnięcie prawdziwości tezy, że warto zmienić już raz podjętą decyzję. Elementarna wiedza z rachunku prawdopodobieństwa oraz proste rozumowanie matematyczne potwierdza trafność tego wydawać by się mogło nienaturalnego rozstrzygnięcia.

W dobie szybko zmieniającego się świata, przemianom powinna podlegać również edukacja społeczeństwa. Warto dołożyć większych starań by kształcenie na każdym poziomie nauczania w większym stopniu oparte było o prowadzenie rozumowań matematycznych, gdyż to one w przyszłości pozwolą na weryfikację poprawności podejmowanych decyzji.

Zasygnalizowany w artykule problem jest istotny z punktu widzenia szeroko pojętej kultury bezpieczeństwa jak również dla życia zakładników, którzy w nim występowali. Autorzy opracowania mają nadzieję, że ukazanie tego przykładu stanie się pretekstem do zainicjowania szerszej dyskusji na ten temat.

BIBLIOGRAFIA

1. Piwowarski J., *Fenomen bezpieczeństwa. Pomiędzy zagrożeniem a kulturą bezpieczeństwa*, Wyższa Szkoła bezpieczeństwa Publicznego i Indywidualnego „Apeiron” w Krakowie, Kraków 2014.
2. Piwowarski J., *Trzy filary kultury bezpieczeństwa*, „Kultura Bezpieczeństwa. Nauka-Praktyka-Refleksje”, 2015, nr 19, s. 21–33.
3. Program OECD/PISA, <https://www.oecd.org/pisa/>, 06.2016
4. Rosenthal J.S., *Monthy Hall, Monty Fall, Monty Crawl*, Math Horizons, 2005.
5. Samant M., *Game Show problem*, <http://marilynvossavant.com/game-show-problem/>, 06.2016

6. *Słownik Języka Polskiego*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004.

dr Juliusz Piwowarski – rektor Wyższej Szkoły Bezpieczeństwa Publicznego i Indywidualnego w Krakowie.

dr Tadeusz Ratusiński – adiunkt Katedry Dydaktyki i Podstaw Matematyki IM Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie, dydaktyk matematyki, specjalista w zakresie zastosowania nowoczesnych technologii w procesie nauczania i uczenia się.